CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- **1.1. Resolver problemas de configuración de formas poligonales sencillas en el plano con la ayuda de útiles convencionales de dibujo sobre tablero, aplicando los fundamentos de la geometría métrica de acuerdo con un esquema “paso a paso” y/o figura de análisis elaborada previamente.**

TEMA 3: PROPORCIONALIDAD, SEMEJANZA Y ESCALAS.

1. Concepto de Proporcionalidad

Es la relación que existe entre 2 figuras de igual forma y distinto tamaño.

RAZÓN:

- La razón es una comparación entre dos magnitudes que se realiza mediante un cociente.
- Suele expresarse como una fracción o colocando dos puntos (:) entre las dos magnitudes.

Dados 2 segmentos a y b, **la razón es la relación entre las longitudes** de ambos segmentos.

Dados 4 segmentos (a, b, c y d) tomados dos a dos, se dice que son proporcionales si las razones son iguales: *a/b=c/d.* Se denominan **medios**: b y c. Son **extremos**: a y d

Proporcionalidad directa:

Dos magnitudes son directamente proporcionales si varían de tal forma que su razón permanece constante. *a/b=a'/b'=a"/b"=… = K*

Proporcionalidad inversa:

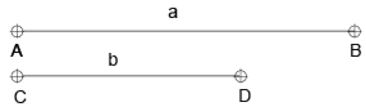
Dos magnitudes son inversamente proporcionales si varían de tal forma que su producto permanece constante. *a·b=a'·b'=a"·b"=… = K*

TEOREMA DE TALES

Si un haz de rectas paralelas corta a 2 rectas concurrentes, los segmentos resultantes sobre la recta r son proporcionales a los determinados sobre la recta s. Son directamente proporcionales. AB/A'B'=BC/B'C'. También se cumple: AB/BC=A'B'/B'C'.

1.1 Construcción del segmento media proporcional entre dos segmentos

Sean los segmentos a= AB y b= CD. La media proporcional x, a dos segmentos a y b se expresa así: **a/x = x/b.**

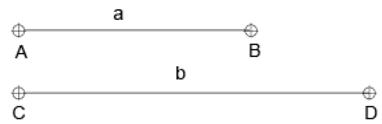


Cuando se desconocen los términos repetidos (medios o extremos) a éstos se les denomina media proporcional.

1. Sobre una recta se lleva el segmento AB y a continuación el C.D
2. Se halla la mediatriz de AD y con centro en el punto medio de AD se traza la circunferencia de diámetro AD.
3. La perpendicular trazada por B a la recta corta a la circunferencia en el punto F. El segmento x = BF es la media proporcional entre AB y CD.

1.2 Construcción del segmento tercera proporcional a dos segmentos dados

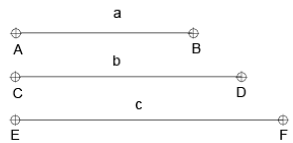
Sean los segmentos a= AB y b= CD. La tercera proporcional x, a dos segmentos a y b se expresa así: **a/b = b/x**



1. Se trazan dos rectas r y s que se corten.
2. Se lleva AB sobre la recta r y CD sobre la s.
3. Con centro en A y radio AD se describe un arco que corta a r en el punto en el punto E.
4. Por el punto E se traza la recta paralela a BD que corta a la recta s en el punto F. El segmento x= AF es la tercera proporcional.

1.3 Construcción del segmento cuarta proporcional a tres segmentos dados

Sean los segmentos a= AB, b= CD y c= EF. La cuarta proporcional x, a tres segmentos a, b y c se expresa así: **a/b = c/x**



1. Se trazan dos rectas r y s que se corten.
2. Se lleva AB sobre la recta r y CD sobre la s.
3. Sobre la recta r y a continuación del segmento AB se lleva el segmento EF.
4. Por el punto F se traza la recta paralela a BD que corta a la recta s en el punto G. El segmento x= DG es la cuarta proporcional.

1.4 Sección áurea de un segmento

Es la división de un segmento en media y extrema razón, es decir, la división de una longitud tal que la parte menor es a la más grande como la más grande es a la longitud total. a/b = b/a+b

Dado el segmento AB

1. Por uno de sus extremos B. Se traza una recta r perpendicular al segmento.
2. Se halla el punto medio C del segmento AB trazando su mediatriz, y con centro en B y radio BC se describe un arco hasta cortar a r en el punto D.
3. Se une el punto D con el otro extremo A, y con centro en D y radio DB se describe un arco hasta cortar a la recta AD en E.
4. Con centro en A y radio AE se traza otro arco hasta cortar al segmento AB en F. El segmento AF es la parte áurea de AB.

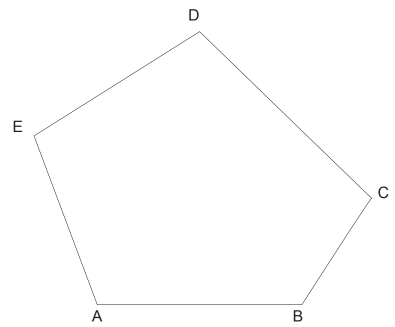
1.5 Rectángulo áureo

Es aquél cuya proporción es tal que el lado mayor, dividido por el menor da como resultado el número áureo (ϕ).

Dado el lado AB

1. Por el extremo B se traza una recta r perpendicular al segmento AB, y sobre ella se traslada el segmento BD = ½ AB.
2. Con centro en D y radio DB se describe un arco hasta cortar a la recta AD en E. El segmento AE es el otro lado del rectángulo.

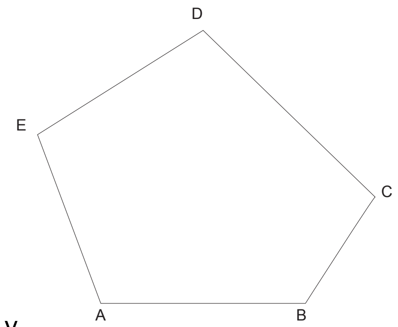
2. Igualdad



2.1Construcción de una figura igual a otra por copia de ángulos

Dado el polígono **ABCDE**

1. Sobre una recta **r** cualquiera, se toma un segmento **A'B'** = **AB**.
2. Con centro en el vértice **B'** se traza un ángulo igual al del vértice B: a) con centro en B se dibuja un arco que corta a los lados del ángulo en los puntos F y G; b) con centro en B' se dibuja otro arco del mismo radio que el anterior; c) Con radio FG, y centro en F', se traza un arco que corta al último en el punto G', y d) uniendo el punto G' con B' se obtiene el ángulo buscado.
3. Sobre el lado obtenido en el punto anterior se toma un segmento B'C' = BC.
4. Con centro en el punto C' se dibuja un ángulo igual al del vértice C, repitiendo la operación 2. y así sucesivamente se van construyendo los lados y los ángulos hasta cerrar el polígono.

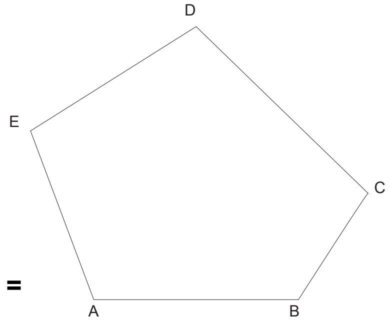


2.2 Construcción de una figura igual a otra por coordenadas

Dado el polígono **ABCDE**

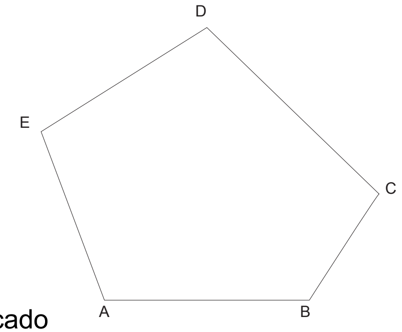
1. Se dibujan dos ejes coordenados **X** e **Y** cualesquiera.
2. Se proyectan todos los vértices de la figura sobre el eje **X** (puntos **Ax, Bx, Cx.** etc.) y sobre el eje Y (puntos **Ay, By, Cy**, etc.).
3. Sobre dos nuevos ejes coordenados cualesquiera X' e Y' se llevan, a partir del origen, las distancias **O'A'x = OA, O'B'x = OBx, O'C'x = OCx**, etc., sobre el eje **X'**, y **O'A'y = OAy, O'B'y = OBy, O'C'y** = **OCy**, etc., sobre el otro eje **Y'**.
4. Por los puntos hallados anteriormente se trazan perpendiculares a los ejes respectivos **X'** e **Y'**, de tal forma que los puntos de intersección son los vértices del nuevo polígono **A'B'C'D'E**´.

2.3 Construcción de una figura igual a otra por radiación



Dado el polígono **ABCDE**

1. Se elige un punto **O** cualquiera, dentro o fuera del polígono, uniéndolo a continuación con todos y cada uno de los vértices.
2. Con centro en el punto **O** y radio arbitrario se traza una *circunferencia* cualquiera, y con centro en otro punto exterior **O**' se traza otra circunferencia de radio igual a la anterior.
3. Por copia de ángulos, se van trazando todas las rectas que parten del punto **O'**.
4. Sobre cada uno de los rayos anteriores se llevan las distancias **O'A' = OA, O'B' = OB, O'C' = OC**, etc.



2.4 Construcción de una figura igual a otra por triangulación

Este método es similar al anterior, solo que en vez de elegir un punto cualquiera, se elige uno de los vértices del polígono ABCDE

1. Se une un vértice, por ejemplo el **A**, con todos los demás vértices.
2. Por copia de triángulos, se van construyendo todos los triángulos **A'B'C', A'C'D'** y **A'D'E**' iguales a los triángulos **ABC**, **ACD y ADE** del polígono dado.

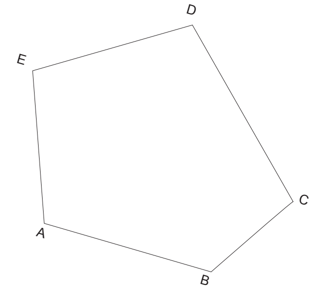
Se podría haber trazado una circunferencia de radio arbitrario con centro en A y haber aplicado el procedimiento anterior, por radiación.

3. Semejanza

Dos figuras son semejantes cuando tienen sus ángulos iguales y sus lados proporcionales. La proporcionalidad entre los lados, es decir el cociente entre las magnitudes homólogas se denomina **razón de semejanza.**

3.1 Construcción de una figura directamente semejante a otra conociendo la razón de semejanza (por radiación).

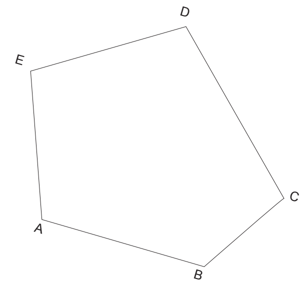
Dado el polígono **ABCDE** supongamos que la razón de semejanza es **2/3**:



1. Se toma un punto arbitrario **O** y se une con todos los vértices del polígono dado.
2. Uno de los segmentos así hallados, por ejemplo, **OA**, se divide en *tantas partes* como indique el **denominador** de la razón de semejanza, en nuestro caso **3**, ya partir del punto **O** se toman *tantas partes* como indique el **numerador**; el punto así hallado es **A'**.
3. Por el punto **A'** se traza la paralela a la recta **AB** hasta cortar a la recta **OB** en el punto **B'**.
4. Por el punto **B'** se traza la paralela a la recta **BC** hasta cortar a la recta **OC** en el punto **C'**, y así sucesivamente hasta cerrar el polígono solicitado.

3.2 Construcción de una figura inversamente proporcional a otra

En este caso la razón de semejanza es negativa y, por tanto, se actúa como en el caso anterior, salvo en el momento de tomar tantas partes como indica el numerador, que en vez de tomarlas en el mismo sentido que hayamos tomado el denominador, se toman en sentido contrario.



4. Escalas

Las escalas pueden considerarse como la aplicación práctica de la semejanza. Según esto, **escala es la relación que existe entre dos figuras**, una de ellas es la del **dibujo** y la otra, **la figura real**. Esta relación, igual que en una semejanza, se representa por un cociente donde e*l numerador representa la medida del dibujo y el denominador, la medida en la realidad.*

$$Escala = \frac{Dibujo}{Realidad}$$

Por ejemplo, supongamos que la dimensión de un objeto mide **1.475** mm y sobre el papel la vamos a representar como **55** mm; esto significa que hemos aplicado una escala E = 55/1.475 o, simplificando, E = 1/25.

CLASES DE ESCALAS

- **De reducción**: reducen el objeto real al dibujarlo *(el numerador es menor que el denominador).*
- **De ampliación**: aumentan el objeto real (*el numerador es mayor que el denominador).*
- **De tamaño natural**: el dibujo y el objeto tienen las mismas medidas (se representa por **E = 1/1).**

Escalas más usuales
1:1, 1:2, 1:5 y todas aquellas que se deducen de las anteriores añadiendo ceros (**1:10, 1:20, 1:50, 1:100, 1:200, 1:500, 1:1.000, 1:2.000**, etcJ. En escalas de ampliación: 2:1, 5:1 y 10:1.

USOS DE LA ESCALA:

- **Uso Directo:** Cuando pasamos de un objeto a un dibujo. Hay que multiplicar las dimensiones de la forma por la escala; ejemplo: 20 metros a E: 1/2 10 metros o 1000cm.
- **Uso Indirecto:** Pasamos de un dibujo a un objeto. Hay que multiplicar las dimensiones del dibujo por la inversa de la escala; ejemplo: 50 cm a E:1/1000   50 x 1000/1= 50.000 cm ó 500 metros.

4.1 Escala gráfica

La escala gráfica o escala volante consiste en la construcción de una regla reducida o ampliada, según sea el caso, que nos permita dibujar con ella, de tal forma que las magnitudes del objeto real sean tomadas con la regla natural pero dibujadas sobre el papel con la regla volante que nos hayamos "fabricado" .

Proceso para la construcción de una escala gráfica:

Para ello utilizaremos el Teorema de Thales y siguiendo la ecuación de la Escala, E=D/R:

1. Tomaremos con la regla tantas unidades como nos indique el numerador y ese segmento lo dividimos en un número de partes iguales igual al que nos indica el denominador.
2. **La primera de las divisiones** obtenidas la dividimos a su vez en diez partes iguales por el procedimiento de división de un segmento en partes iguales. La graduación así obtenida se denomina ***contraescala gráfica**.*

Escala Volante:

Si copiamos en un papel las nuevas unidades obtenidas tras la realización de la escala, podemos obtener una regla graduada, que nos permitirá medir y saber las magnitudes reales en un dibujo a escala.
La forma de utilizar una escala volante, teniendo en cuenta que dicha escala solo sirve para medir en un dibujo lo que previamente se haya medido en la realidad con una regla natural, consiste en hacer coincidir la medida con una división entera de la escala gráfica, observando los decimales en la contraescala gráfica.